2015/2016

Metody Obliczeniowe Zadanie 1.14

Uniwersytet Gdański, Informatyka III rok

Hallman , Górski, Rzeppa

Wejście: przedział [a,b] , węzły siatkowe x0,x1,…,xn-1 oraz ich krotności a0, a1,…an-1, pewna funkcja f(x)

Zadanie: - Pobrać wartości funkcji f(n)(x) w punktach węzłowych siatki. W węzłach xk,  
 k = 0,…,n-1 o krotności ak koniecznie podać f(j)(xk), j = 0,…,ak  
 - podać wielomian interpolacyjny Hermite  
 - Narysować wielomian f(x) i wielomian interpolacyjny na jednym wykresie

**Wielomian interpolacyjny Hermite’a funkcji f**

Twierdzenie:

Niech dany będzie ciąg liczb u0 ≤u1, ≤ . . . ≤ un. Dla dowolnego ciągu liczb c0, c1, . . . , cn, istnieje dokładnie jeden wielomian W stopnia co najwyżej n, taki że jeśli liczba uk w ciągu u0, . . . , un występuje r razy, a dokładniej, jeśli uk = · · · = uk+r−1 i z k > 0 wynika uk−1 ≠uk oraz z k + r ≤ n wynika uk+r−1 ≠uk+r (liczbę uk nazywamy wtedy węzłem   
r–krotnym), który spełnia:

W(uk) = ck, W′ (uk) = ck+1, . . . , W(r−1)(uk) = ck+r−1

Definicja:

Wielomian W stopnia co najwyżej n, nazywamy wielomianem interpolacyjnym Hermite’a funkcji f, jeśli w każdym r–krotnym węźle uk spełnia równania:

W(uk) = f(uk), W′(uk) = f ′(uk), . . . , W(r−1)(uk) = f (r−1)(uk).

Z powyższej definicji widzimy, iż pojęcie wielomianu interpolacyjnego Hermite’a jest uogólnieniem pojęcia „zwykłego” wielomianu interpolacyjnego Lagrange’a, który narzucał jedynie równość wartości wielomianu i funkcji w danych punktach. Przedstawione wcześniej twierdzenie gwarantuje, że wielomian taki wyznaczony jest w sposób jednoznaczny.

Wejście:

- Początek przedziału.

- Koniec przedziału.

- Kolejne węzły znajdujące się w podanym przedziale oraz ich krotności.

Wyjście:

Wielomian

Klasy: Derivative, Hermite, Interpolation

Derivative:

Klasa zajmująca się wyliczaniem wartości pochodnych w punkcie.

Hermite:

Klasa wczytująca dane i porządkująca je.

Interpolation:

Klasa zajmująca się obliczaniem ilorazów różnicowych oraz interpolowaniem metodą Hermite'a.

